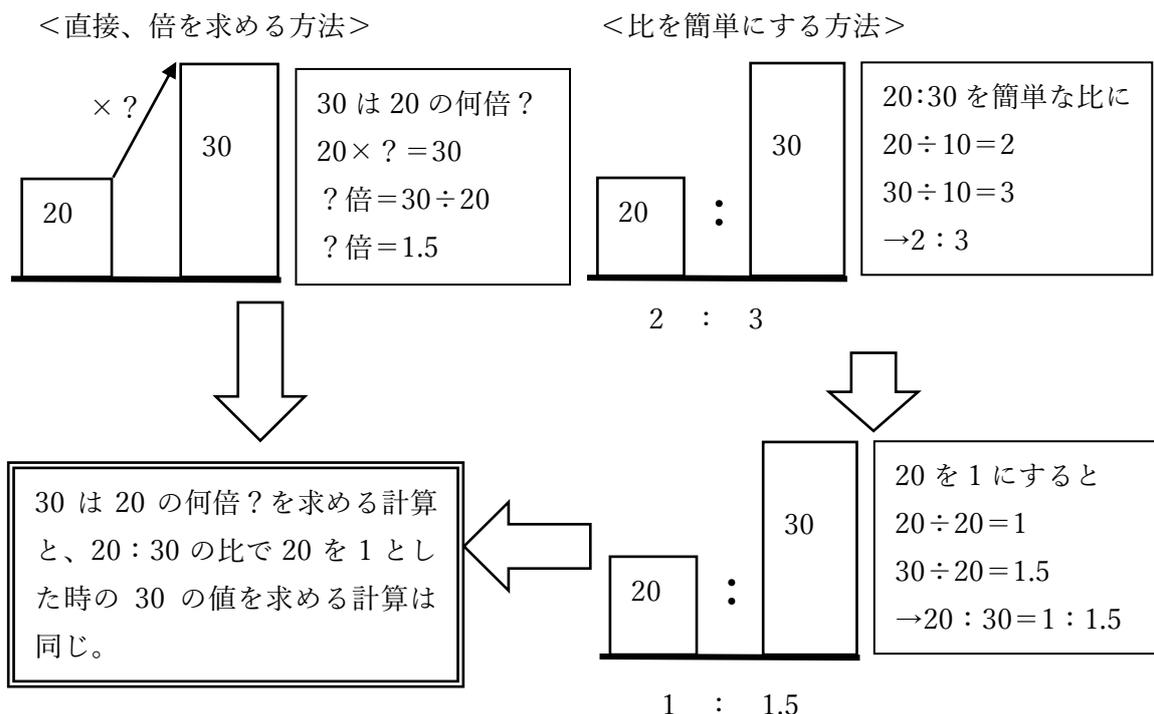


6-2 比

割合を表す方法は2つあります。ひとつは倍で表す方法。もう一つは数の組「比」で表す方法です。

例えば「30gは20gの何倍？」という問題の場合は20gを基準として30はそのいくつ分(倍)に相当するのかを求めます。計算では比較量30を基準量20で割って1.5が求められます。その1.5が20に対する30の割合1.5倍です。この計算は20を1と考えたと30は1.5に相当するという比として捉えることも出来ます。(20:30=1:1.5)

この倍と比の関係を図で示すと次のようになります。



倍も比も割合を表す方法なのですが、教科書ではあまりそのことについて触れられていません。まるで比も割合なのは当たり前とでも言うかのごとくに最初から「ドレッシング作りの材料の割合を比で表すと2:3になります」というやり方で教えています。

ところが子ども達には5年生の割合の学習で「割合とは倍の事なのだ」という認識がインプットされていますから突然、比も割合と言われると混乱してしまいます。ところがあまりにも当然のこのように言われると「どうして割合なの?」という疑問を押し殺してしまうのです。おそらく子ども達の半分ぐらいの子が「 $30 \div 20 = 1.5$ 」は「20を1としたとき30がいくつになるのか」を計算しているのだという理屈がうまく理解できません。(上の図のように教えるとある程度納得がいくようです。)

☆ 比の値って何?

子ども達が次に躓くのが比の値です。比の値とは何なのか?何のために必要なのか?な

前項÷後項なのか？分らないことだらけです。しかし、倍と比の関係がしっかりと分っていると比の値も難しくありません。そもそも比の値は基本的には2組の比が同じ比であるのかどうかを判定するために求めるそれぞれの比の倍関係のことです。例えば12:15と20:25が同じ比であるかどうかは比の値(倍)を求めると判断がつきます。 $12 \div 15 = 4/5$ で、 $20 \div 25 = 4/5$ となり同じ比である事が分ります。

$12 : 15 = 4/5$ $20 : 25 = 4/5$ 従って $\langle 2 : 15 = 20 : 25 \rangle$

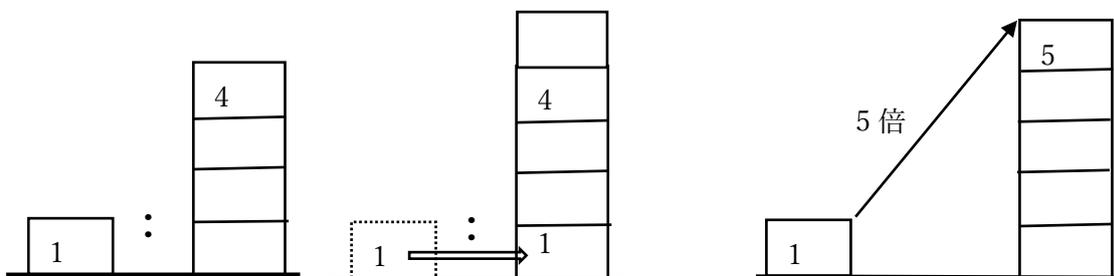
それにしてもどうして前項÷後項なのでしょう？後項÷前項であってもよさそうに思えます。これには理由があります。実は比の記号:(コロン)が割算記号だからです。私たちは割算記号に「÷」を使いますが、この記号を使っているのは世界で3カ国しかありません。(イギリス・アメリカ・日本)それ以外の国では:(コロン)や/(スラッシュ)を割算記号としています。どうやらニュートン(英)が割算記号を÷にし、ライプニッツ(仏)が:(コロン)に決めたことと関係しているようです。つまり20:25は割算式で、私たちはその割算式の前項と後項の数値を見比べて大きさを比べているのだと考えると合点がいくかもしれません。そして、その割算の答えが比の値と呼ばれているわけです。いずれにせよ、比の値は後項を1とした時の前項の値という風に理解してもらおうようにしてください。

☆家庭で出来る比の勉強

カルピスの製品の中で「5倍に薄めて飲むカルピス」という商品があります。この商品は原液そのものを商品として販売しています。そして5倍に薄めて飲むというフレーズが商品名になっています。5倍に薄めるというのは原液に水を足してカルピス水を作って飲むわけですが、さて、5倍に薄めるとは原液1カップ(30cc)に対して水は何カップ入れるといいのでしょうか？5倍とあるから原液1カップに対して水5カップの割合で薄めるといいのでしょうか？それとも原液1カップに対して水4カップの割合で薄めるといいのでしょうか？

実際にお子さんと2つの濃さのカルピスを作りどちらがおいしいのか比べるといいかもしれません。ちょうどいい感じなのが1:4の割合です。実は5倍に薄める時の原液と水の比は1:4です。どうしてそれで5倍と言うのでしょうか？次の図を見てください

<原液と水の比> <カルピス水になると> <原液1に対するカルピス水の割合>



原液1 : 水4

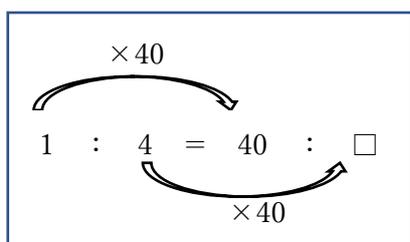
原液1+水4=カルピス水5

原液1×5=カルピス水5

原液1に対する水の量は4です。この比1:4を倍で表すと水は原液の4倍となって5倍に

はなりません。薄めるのであれば 1:5 でないとおかしいという意見が出るかもしれません。実は 5 倍に薄めるというのは原液とカルピス水との割合であり、原液と水の割合の事ではありません。比は単純な 2 量の比較ですが 5 倍に薄めるというのは難しい言葉で言うと希釈倍率といい、原液と水溶液の割合のことなのです。>

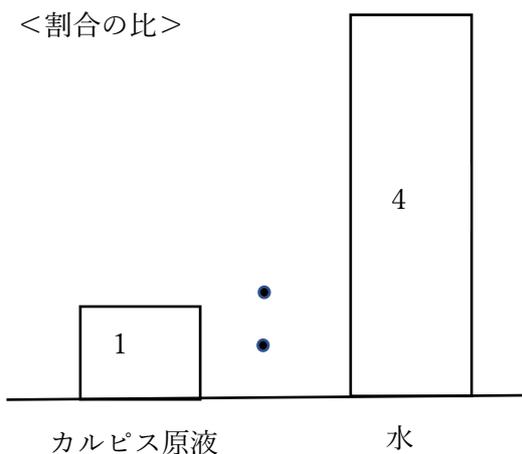
さて、原液 1 : 水 4 の割合でカルピス混ぜるとおいしいカルピス水が出来る事が分ると、



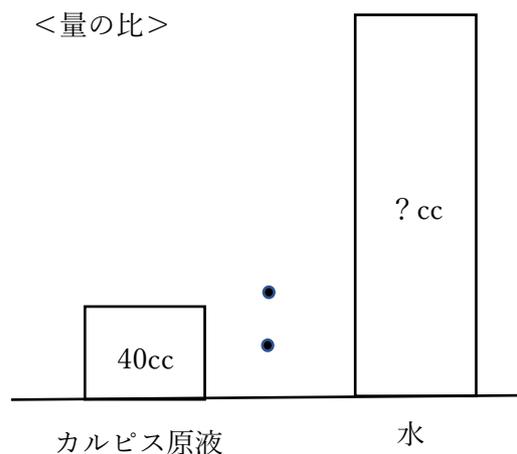
今度は原液を 40cc すると水は何 cc にするといいのかを考えてもらいます。この問題は次のように表します。1 : 4 = 40 : □ という式 (比例式) に表す事を教えます。小学校ではこの答えはそれぞれを倍・倍する方式で教えます。・1 を 40 とするので 1 を 40 倍します。同じように 4 も 40 倍すると 4 × 40 で 160 となります。

しかし、算数の苦手な子の中には 2 つの比をイコールでつなぐ意味が理解できない子がいます。比例式を教える前に下の図のようならめっこ図を使って等しい比を考える段階が必要です。

<割合の比>

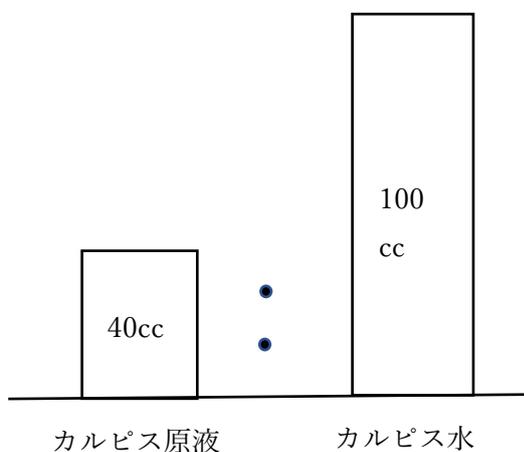


<量の比>

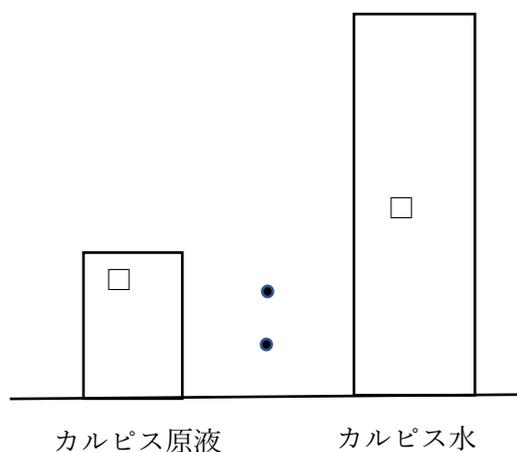


<一体、□ : □ の割合になっているのだろう? 簡単な数の比に直そう >

<量の比>



<割合の比>



簡単な数の比に直すには約数を考えないといけないのですが、約数がわかりにくい子もいます。約数の復習をかねてやってみてください。

<いくつかの練習問題>

$$\boxed{120} : \boxed{160} = \boxed{\square} : \boxed{\square}$$

$$\boxed{90} : \boxed{\square} = \boxed{3} : \boxed{4}$$

$$\boxed{3} : \boxed{\square} = \boxed{60} : \boxed{80}$$

☆比例配分が何のことがよく分らない場合（教科書にはこういった言い方では出ません）

この問題もさほど難しくはないのですが、比と分数倍が絡み合うので分数倍がはっきりしていない子や比を足すことに違和感を覚える子がいます。そこで次のような図を使って教えると意外に簡単になります。

<問題>「母から 2000 円を小遣いとしてもらいました。母からは 2000 円を兄弟 2 人で弟 2:兄 3 の割合で分けるように言われました。それぞれ何円になりますか？」

こういった問題を解くには次のような操作を体験した方がいいです。

→2000 円を 2 : 3 に分けるためには 2000 円をあらかじめいくつかに分けないといけない。

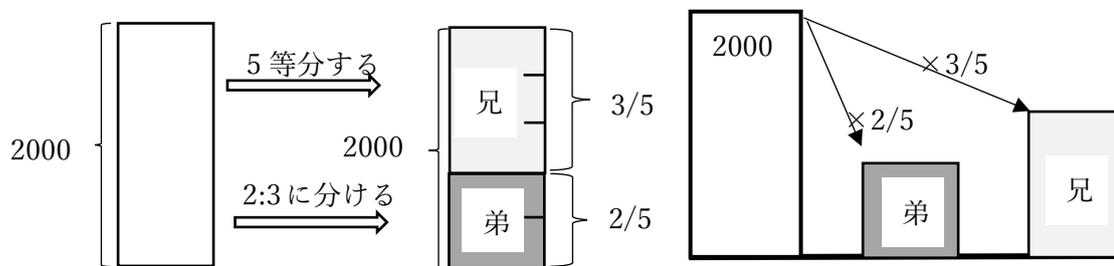
100 円玉 20 個を渡して考えてもらいます。

→20 枚の百円玉を同じ数ずつの塊に分けると簡単に分けられるという助言をします。

→2 個ずつの塊では？3 個ずつの塊では？4 個ずつの塊では？という試行をします。

→4 個ずつの塊を 5 つ作れば 2:3 に分けられることが分ります。

→実際に弟 800 円、兄 1200 円になる事、 $800 : 1200 = 2 : 3$ である事を確認します。こういった操作体験を基に次のような図を書きます。



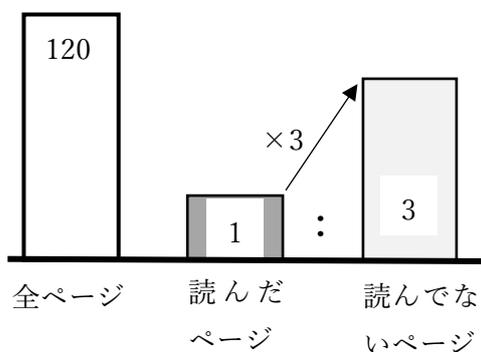
ポイント 2 : 3 に分けるには、2000 円を (2+3) で 5 等分する。

ポイント 2000 円の $\frac{2}{5}$ 倍が弟の取り分、2000 円の $\frac{3}{5}$ 倍が兄の取り分

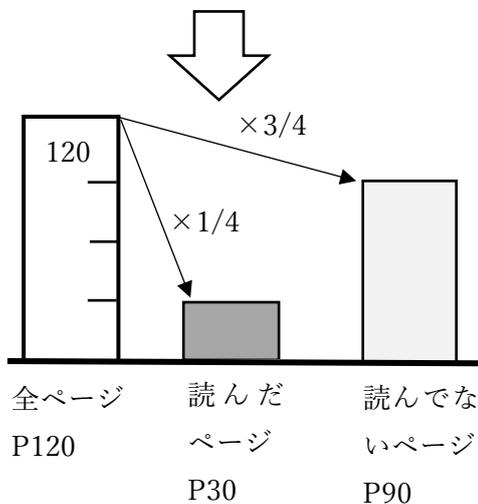
☆ 比の応用問題（難問）

くみさきさんは全部で 120 ページの本を読んでいます。残りのページ数はこれまで読んだページの 3 倍です。読んだページと残りのページの比はどうか？残りのページ数は何ページ？>

これは教科書に掲載されている問題です。このような比と倍の混ざった問題は中学入試によく出る問題で比と倍の関係が分っていないと解けない問題です。本来なら教科書で比を倍に倍を比に変換できる事を教え、練習しておいた方がいいのですがそういった配慮はなされていません。従ってこういった問題を教科書に出すべきではないのです。中学入試向けの研究問題的なものかもしれません。時々教科書にはこういった難問紛れ込んでいます。別段、出来なくてもいい問題ですが参考までに図解を記しておきます。



- ・全ページ数が 120 ページ、読んだページ数は分からない。しかし読んでない残りページは読んだページの 3 倍である。
- ・従って読んだページと残っているページの比は「1:3」となる。(3 倍というのは基にした量を 1 とした時の比べる量の値のことだから 1:3 はすぐに分る)



- ・120 ページを 1:3 に分けるために 120 を (1+3) の 4 等分にする。
- ・従って読んだページは $120 \times 1/4 = 30$
- ・読んでないページは $120 \times 3/4 = 90$

比は倍で表す割合に比べると比較的わかりやすいのですが、比例配分のような問題は結構難しいです。また、中学校では形状比や面積比等の比の問題が出てきます。比と倍の関係を押さえておいた方がいいです。